

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1.37 Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T=0,2\pi$ s. Τη χρονική στιγμή μηδέν το σώμα βρίσκεται στη θέση $x=2\text{cm}$ και έχει ταχύτητα

$$v = -0,2\sqrt{3}\text{m/s}.$$

Να γράψετε τις σχέσεις που δίνουν την απομάκρυνση, την ταχύτητα και την επιτάχυνση του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

$$\begin{aligned} \text{[Απ: } x &= 4 \times 10^{-2} \eta\mu\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right), & v &= 0,4\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right), \\ a &= -4\eta\mu\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right), \text{ (SI)]} \end{aligned}$$

1.38 Στην κάτω άκρη κατακόρυφου ελατηρίου, σταθεράς $K=100$ N/m, ή άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο, ισορροπεί σώμα μάζας $m=1$ kg. Το σώμα απομακρύνεται κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $d=5$ cm από τη θέση ισορροπίας του και τη στιγμή μηδέν αφήνεται ελεύθερο. Να υπολογίσετε:

- τη συχνότητα της ταλάντωσης που θα εκτελέσει,
- την αρχική φάση στην ταλάντωσή του.
- τη μέγιστη ταχύτητα που αποκτά κατά την κίνησή του
- τη μέγιστη επιτάχυνση που έχει.
- τη μέγιστη δύναμη που δέχεται από το ελατήριο κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

[Απ: α) $5/\pi$ Hz β) $\pi/2$ ή $3\pi/2$ γ) $0,5$ m/s δ) 5 m/s² ε) 15 N]

1.39 Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A=20$ cm με περίοδο $T=10$ s. Τη χρονική στιγμή μηδέν το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας. Να υπολογιστεί επί πόσο χρόνο (μέχρι να επιστρέψει στη θέση ισορροπίας) η απομάκρυνση του θα είναι μεγαλύτερη από $x=10\text{cm}$.

[Απ: $10/3$ s]

1.40 Ο εμπρόσθιος προφυλακτήρας ενός αυτοκινήτου συμπεριφέρεται σαν ιδανικό ελατήριο σταθεράς $K=25 \times 10^5$ N/m.

- Η μάζα του οχήματος, μαζί με τους επιβάτες του είναι $M=1000$ kg. Το αυτοκίνητο συγκρούεται μετωπικά με ακίνητο εμπόδιο, ενώ κινείται με ταχύτητα $u=18$ km/h. Υπολογίστε τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου -προφυλακτήρα- καθώς και τη χρονική διάρκεια της συσπίρωσης.
- Ένας επιβάτης έχει μάζα $m=60$ kg. Υπολογίστε τη μέγιστη οριζόντια δύναμη που πρέπει να δεχτεί από τη ζώνη πρόσδεσης, ώστε να μην εκτιναχτεί από το κάθισμα κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης.

Σημείωση: Θα θεωρήσετε ότι κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης οι τριβές και οι αντιστάσεις είναι αμελητέες και ότι ο κινητήρας του οχήματος δε λειτουργεί.

[Απ: α) $0,1\text{m}$, $\pi/100\text{s}$, β) $15 \times 10^3\text{N}$]

1.41 Ακίνητο σώμα μάζας $M=100$ g βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $K=300$ N/m, ή άλλη άκρη

του οποίου είναι στερεωμένη ακλόνητα. Βλήμα μάζας $m=20\text{ g}$, που κινείται στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα $u=30\text{ m/s}$, συγκρούεται με το σώμα M και σφηνώνεται σε αυτό. Να υπολογίσετε:

- την κοινή ταχύτητα που αποκτούν τα δύο σώματα αμέσως μετά τη σύγκρουση.
- το διάστημα που θα διανύσει το συσσωμάτωμα, μέχρι να σταματήσει στιγμιαία για πρώτη φορά.
- σε πόσο χρόνο από τη στιγμή της σύγκρουσης το συσσωμάτωμα θα σταματήσει στιγμιαία για πρώτη φορά.

Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.

[Απ: 5 m/s , $0,1\text{ m}$, $3,14 \times 10^{-2}\text{ s}$]

1.45 Σώμα μάζας $m=2\text{ kg}$ εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις της ίδιας διεύθυνσης γύρω από το ίδιο σημείο. Οι εξισώσεις των ταλαντώσεων είναι $x_1=10\sin 50\pi t$ και $x_2=5\sin(50\pi t - \pi)$. Τα πλάτη των δύο ταλαντώσεων είναι μετρημένα σε cm .

- Ποια είναι η σταθερά D της αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα;
- Ποια είναι η ενέργεια της ταλάντωσης;
- Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν η απομάκρυνσή του είναι $x=4\text{ cm}$;

Δίνεται $\pi^2 \approx 10$

$$3\sqrt{2,5}$$

[Απ: $D=5 \times 10^4\text{ N/m}$, $E=62,4\text{ J}$, $u=$ m]

1.46 Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 του σχήματος είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και εφάπτονται μεταξύ τους. Το Σ_1 είναι δεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{ N/m}$. Το ελατήριο έχει το φυσικό μήκος του και τα σώματα ισορροπούν. Μετακινούμε τα σώματα ώστε το ελατήριο να συσπειρωθεί κατά $A=40\text{ cm}$ και στη συνέχεια τα αφήνουμε ελεύθερα. Να βρείτε:

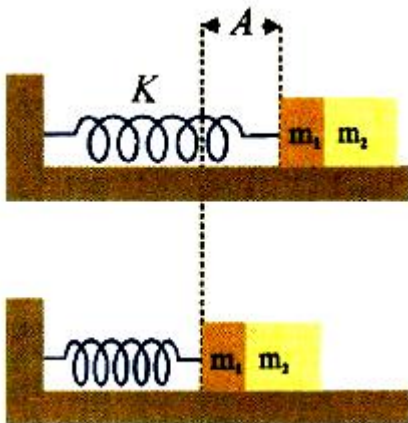
- τη θέση στην οποία θα αποχωρισθεί το Σ_2 από το Σ_1 .
- το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το Σ_1 αφού αποχωρισθεί από το Σ_2 .
- την απόσταση των σωμάτων όταν η ταχύτητα του Σ_1 μηδενίζεται για πρώτη φορά.

Δίνονται οι μάζες των σωμάτων $m_1=1\text{ kg}$ και $m_2=3\text{ kg}$ αντίστοιχα.

[Απ: (α) στη θέση ισορροπίας (β) 20 cm , (γ) $11,4\text{ cm}$]

1.47 Κατακόρυφο ελατήριο με σταθερά $K=100\text{ N/m}$ έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο επάνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα Σ_1 , μάζας $m_1=1\text{ kg}$, που ισορροπεί. Δεύτερο σώμα Σ_2 , μάζας m_2 βρίσκεται πάνω από το πρώτο σε άγνωστο ύψος h . Μετακινούμε το σώμα Σ_1 προς τα κάτω κατά $l=2\text{ m}$ και το αφήνουμε ελεύθερο, ενώ την ίδια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο και το δεύτερο σώμα.

- Από ποιο ύψος h πρέπει να αφαιρεθεί το Σ_2 ώστε να συναντήσει το Σ_1 στη θέση ισορροπίας του;
- Ποια είναι η ταχύτητα κάθε σώματος τη στιγμή που συγκρούονται;
- Αν η χρονική διάρκεια της σύγκρουσης των δύο σωμάτων είναι αμελητέα και το κάθε σώμα αποκτά μετά την κρούση



Σχ. 1.45

ταχύτητα αντίθετη από αυτή που είχε πριν συγκρουστεί, να υπολογίσετε το χρόνο ανάμεσα σε δύο διαδοχικές κρούσεις.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$ και $\pi^2 \approx 10$

[Απ: $0,125\text{s}$, 2m/s , $1,57\text{m/s}$, $0,314\text{s}$]

1.48 Σώμα Σ_1 , μάζας $m_1 = 0,3\text{kg}$ αναρτάται στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Όταν το σώμα ισορροπεί η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι $0,25\text{m}$. Δεύτερο σώμα Σ_2 , μάζας $m_2 = 0,45\text{kg}$, βάλλεται κατακόρυφα από το έδαφος και στην πορεία του συναντάει το Σ_1 , και συγκρούεται με αυτό. Το συσσωμάτωμα που προέκυψε από την κρούση φτάνει μέχρι τη θέση στην οποία το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.

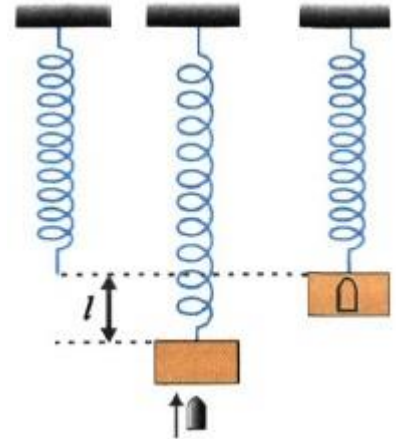
α) Ποια είναι η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση;

β) Ποια είναι η μέγιστη ταχύτητα που αποκτά το συσσωμάτωμα κατά την κάθοδο του;

γ) Μετά από πόσο χρόνο, από τη στιγμή που το συσσωμάτωμα φτάνει στην ανώτερη θέση, η ταχύτητα του γίνεται, για πρώτη φορά, μέγιστη;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

[Απ: 2m/s , $2,5\text{m/s}$, $0,4\text{s}$]



Σχ. 1.46